

Contrôle continu : automates finis  
SUJET 1

## Exercice 1

Soit l'automate fini déterministe  $A = (Q, \Sigma, q_0, \delta, F)$  donné par

$$\begin{aligned} Q &= \{A, B, C\} & \Sigma &= \{0, 1\} \\ q_0 &= A & F &= \{C\}, \end{aligned}$$

et par la table suivante pour  $\delta$  :

$q$	$t$	$q'$
$A$	1	$B$
$B$	0	$C$
$C$	1	$A$

**Question 1** Dessinez l'automate.

**Question 2** Donnez une version complète de l'automate.

**Question 3** Donnez le mot le plus court reconnu par l'automate.

**Question 4** Donnez le mot le plus court reconnu par l'automate et entraînant le passage par tous les états. Attention, on considère dans cette question que l'état initial n'est pas parcouru tant qu'on n'a pas suivi une transition qui amène dans cet état.

**Question 5** Donnez une condition nécessaire sur la taille d'un mot pour qu'il soit reconnu par l'automate (réponse à justifier brièvement).

**Question 6** Déterminez le langage reconnu par l'automate sous forme d'une expression rationnelle (on se contentera d'une justification brève).

## Exercice 2

On étudie le langage rationnel  $L = (ac|ba)^*$  défini sur l'alphabet  $\Sigma = \{a, b, c\}$ .

**Question 1** Appliquez l'algorithme de Thompson pour obtenir un automate reconnaissant  $L$ . Attention, vous ne devez pas simplifier l'automate pendant sa construction !

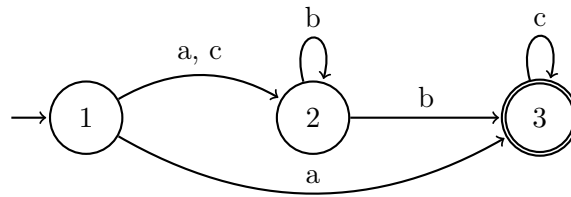
**Question 2** Supprimez les  $\varepsilon$ -transitions, puis les états inutiles, en appliquant l'algorithme *backward*. Soyez particulièrement attentif aux chemins de longueur supérieure à un.

## Exercice 3

Construisez par la méthode de votre choix un automate complet déterministe reconnaissant les mots sur l'alphabet  $\Sigma = \{a, b, c\}$  contenant un nombre pair de fois la séquence  $ab$ . Attention, il faut que  $ab$  apparaisse au moins deux fois dans le mot. On acceptera donc  $acabcccab$  et  $bbabaabcb$  mais ni  $abcabcb$  ni le mot vide. Aucune justification n'est demandée.

#### Exercice 4

Soit l'automate suivant défini sur l'alphabet  $\Sigma = \{a, b, c\}$  :



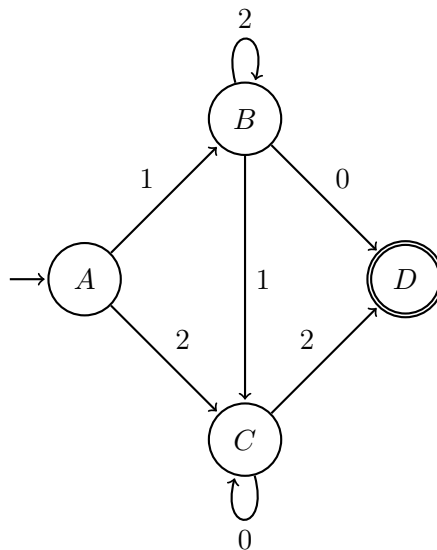
**Question 1** Donnez un exemple de mot de longueur infinie reconnu par l'automate.

**Question 2** Construisez une version déterministe et complète de l'automate en utilisant la méthode classique (celle du théorème de déterminisation).

**Question 3** Indiquez quel(s) état(s) peut (peuvent) être supprimé(s) dans l'automate obtenu à la question précédente sans changer le langage reconnu.

#### Exercice 5

Soit l'automate suivant défini sur l'alphabet  $\Sigma = \{0, 1, 2\}$  :



On rappelle que  $X_q$  désigne le langage reconnu par l'automate en considérant  $q$  comme l'état initial. Dans l'automate ci-dessus,  $X_A$  est donc le véritable langage reconnu.

**Question 1** Combien de fois le symbole 1 peut-il apparaître dans les mots du langage reconnu par l'automate ?

**Question 2** Déterminer les équations satisfaites par les  $(X_q)_{q \in \{A, B, C, D\}}$ .

**Question 3** Déterminer explicitement  $X_D$ , puis  $X_C$ ,  $X_B$  et enfin  $X_A$ , dans cet ordre.