L2/L3 MASS/MIAGE **Année universitaire 2013–2014**
Université Paris 1

Contrôle continu : calcul propositionnel
Sujet 1

Exercice 1

On considère les formules suivantes :

$$F \equiv (((a \vee (\neg c)) \wedge (b \wedge a)) \Rightarrow (a \wedge c)) \qquad G \equiv ((b \Leftrightarrow c) \Rightarrow ((c \Rightarrow (\neg a)) \wedge (\neg b)))$$

Pour chaque formule :

Question 1 Dessiner l'arbre de la formule.

Question 2 Donner toutes les valuations possible de la formule en utilisant la technique de la table de vérité.

Question 3 Donner la nature de la formule (statisfiable, tautologique ou inconsistante), en justifiant brièvement votre réponse.

Question 4 Mettre la formule sous les deux formes normales possibles en utilisant la table de vérité calculée précédemment.

Question 5 Mettre la formule sous une des deux formes normales (au choix) en utilisant les équivalences notables (il arrive souvent d'obtenir une forme différente de celle qu'on obtient au moyen de la table de vérité). La manipulation des formules pourra se faire au moyen des arbres ou directement.

Exercice 2

Étudier la nature de la formule suivante en appliquant l'algorithme de Quine **sans** les équivalences notables :

$$(((a \Rightarrow b) \wedge (\neg d)) \vee ((a \Rightarrow c) \wedge d)) \Rightarrow (a \Rightarrow ((b \wedge (\neg d)) \vee (c \wedge d))))$$

Attention, pour la simplification des formules il faut **impérativement** se limiter aux règles de Quine faisant apparaître $\top$ et $\perp$, même pour des cas triviaux. Par exemple, on ne peut pas simplifier directement $(a \vee (\neg a))$ en $\top$.

Exercice 3

En utilisant le calcul des séquents **sans** les équivalences notables, étudier la nature du séquent suivant :

$$(a \Rightarrow (b \vee (\neg c))) \vdash (((b \Rightarrow (\neg a)) \wedge c) \Rightarrow (\neg a))$$