

Contrôle continu : Statistiques

Sujet 1

Prénom :

Nom :

Consignes

1. Répondre impérativement sur l'énoncé.
2. Entourer la bonne réponse (toute rature conduit à la note 0 pour la question).
3. Barème : bonne réponse +1 point, pas de réponse +0 point, mauvaise réponse -1 point.

Exercice 1

Soit une variable aléatoire Y de loi donnée par

y	-2	0	2	4
$\mathbb{P}(Y = y)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$

1. $\mathbb{P}(Y \in [-2, 2]) = ?$ (i) $\frac{3}{8}$ (ii) $\frac{7}{8}$
2. $E(Y) ?$ (i) $-1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ (ii) $-2 \times \frac{1}{8} + 2 \times \frac{1}{4} + 4 \times \frac{1}{2}$
3. $V(Y) ?$ (i) $E((Y - E(Y))^2)$ (ii) $(E(Y))^2 - E(Y^2)$
4. $E(Y^2) ?$ (i) $-4 \times \frac{1}{2} + 4 \times \frac{1}{4} + 16 \times \frac{1}{8}$ (ii) $4 \times \frac{1}{2} + 4 \times \frac{1}{4} + 16 \times \frac{1}{8}$

Exercice 2

Soit $\Omega = \{1, 2, 3\}$ muni de la probabilité uniforme ($\mathbb{P}(\{1\}) = \mathbb{P}(\{2\}) = \mathbb{P}(\{3\}) = \frac{1}{3}$). On définit une variable aléatoire X par $X(1) = 0$, $X(2) = 1$ et $X(3) = 1$

1. $X(\Omega) = ?$ (i) $\{1, 2, 3\}$ (ii) $\{0, 1\}$
2. $X^{-1}(0) = ?$ (i) $\{0\}$ (ii) $\{1\}$
3. $\mathbb{P}_X(\{2\}) = ?$ (i) 0 (ii) $\frac{1}{3}$
4. $\mathbb{P}(X = 1) = ?$ (i) $\frac{2}{3}$ (ii) $\frac{1}{3}$

Exercice 3

Soit une variable aléatoire X de fonction de répartition F_X donnée par

x	$] - \infty, 0]$	$[0, 2[$	$[2, 3[$	$[3, 5[$	$[5, \infty[$
$F_X(x)$	0	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	1

1. $X(\Omega) ?$ (i) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ (ii) $\{0, 2, 3, 5\}$
2. $\mathbb{P}(X \leq 2,5) ?$ (i) $\frac{3}{5}$ (ii) $\frac{4}{5}$
3. $\mathbb{P}(X = 3) ?$ (i) $\frac{1}{5}$ (ii) $\frac{4}{5}$
4. $\mathbb{P}(X \in]2, 5]) ?$ (i) $\frac{1}{5}$ (ii) $\frac{2}{5}$

Exercice 4

1. Si X est Bernoulli de paramètre p , $\mathbb{P}(X = 1) ?$ (i) p (ii) $1 - p$
2. Si X est Binomiale de paramètre n et p , $\mathbb{P}(X = 2) ?$ (i) $C_n^2 p^2 (1 - p)^{n-2}$ (ii) $C_2^n p^{n-2} (1 - p)^n$
3. Si X est Géométrique de paramètre p , $\mathbb{P}(X = 3) ?$ (i) $p(1 - p)^3$ (ii) $p(1 - p)^2$
4. Si X est Poisson de paramètre p , $\mathbb{P}(X = 3) ?$ (i) $e^{-3} \frac{3^p}{p!}$ (ii) $e^{-p} \frac{p^3}{2 \times 3}$