

Contrôle continu : automates finis déterministes
SUJET 1

Exercice 1

Soit le langage $L = a(b^+)a$ défini sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$.

Question 1 Dessiner un automate déterministe reconnaissant le langage L .

Question 2 Donner la définition formelle de cet automate (ensemble des états, transitions, etc.).

Question 3 Dessiner une version complétée de l'automate.

Exercice 2

On considère l'automate fini non déterministe $A = (Q, \Sigma, q_0, \delta, F)$ donné par

$$\begin{array}{ll} Q = \{A, B, C\} & \Sigma = \{0, 1\} \\ q_0 = A & F = \{B, C\}, \end{array}$$

et par la table suivante pour les éléments de δ :

q	t	q'
A	0	$\{A, B\}$
B	1	$\{C\}$
C	1	$\{A, C\}$

Question 1 Pourquoi dit-on que l'automate n'est pas déterministe ?

Question 2 Dessiner l'automate.

Question 3 Donner un exemple de mot le plus court possible reconnu par l'automate.

Question 4 Donner un exemple de mot le plus court possible reconnu par l'automate et nécessitant un passage par chaque état.

Question 5 Donner une version déterministe et complète de l'automate construite selon l'algorithme standard de déterminisation (on introduira en particulier l'ensemble des états associés à la déterminisation). Indiquer quel(s) état(s) peut (peuvent) être supprimé(s) sans changer le langage reconnu.

Exercice 3

Question 1 Dessiner un automate *non déterministe* reconnaissant le langage suivant

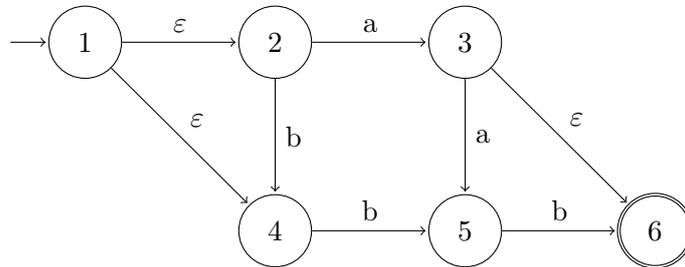
$$L = (b^*) \left((b(a^*)c) \mid (a(c^*)b) \right) (a^+),$$

défini sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$.

Question 2 Donner une version *déterministe* de l'automate précédent.

Exercice 4

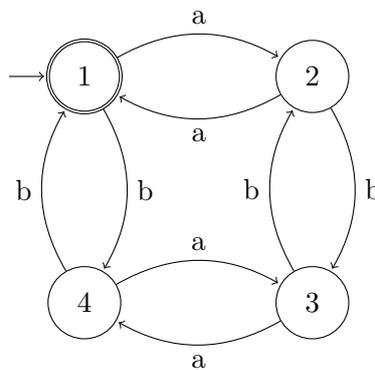
On considère l'automate asynchrone suivant (avec des ε -transitions) :



Donner un automate équivalent sans ε -transition.

Exercice 5

On considère l'automate suivant, défini sur l'alphabet $\Sigma = \{a,b\}$:



On rappelle que X_i désigne le langage reconnu par l'automate en considérant i comme l'état initial. Dans l'automate ci-dessus, X_1 est donc le véritable langage reconnu.

Question 1 Donner un exemple de mot le plus court possible reconnu par l'automate.

Question 2 Donner un exemple de mot dont la reconnaissance entraîne le passage par tous les états de l'automate (au moins une fois par état).

Question 3 Déterminer les équations satisfaites par les $(X_i)_{1 \leq i \leq 4}$.

Question 4 En appliquant le lemme de Arden (éventuellement plusieurs fois), déterminer le langage reconnu par l'automate. On rappelle que le lemme de Arden indique que l'unique solution de $X = \alpha X | \beta$ est $X = \alpha^* \beta$ si $\varepsilon \notin \alpha$.