

# Contrôle continu : Statistiques

Sujet 1

Prénom :

Nom :

## Consignes

1. Répondre impérativement sur l'énoncé.
2. Entourer la bonne réponse (toute rature conduit à la note 0 pour la question).
3. Barème : bonne réponse +1 point, pas de réponse +0 point, mauvaise réponse -1 point.

## Exercice 1

Soit une variable aléatoire  $Y$  de loi donnée par

$y$	-2	0	2	4
$\mathbb{P}(Y = y)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$

1.  $\mathbb{P}(Y \in [-2, 2]) = ?$  (i)  $\frac{3}{8}$  (ii)  $\frac{7}{8}$
2.  $E(Y) ?$  (i)  $-1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$  (ii)  $-2 \times \frac{1}{8} + 2 \times \frac{1}{4} + 4 \times \frac{1}{2}$
3.  $V(Y) ?$  (i)  $E((Y - E(Y))^2)$  (ii)  $(E(Y))^2 - E(Y^2)$
4.  $E(Y^2) ?$  (i)  $-4 \times \frac{1}{2} + 4 \times \frac{1}{4} + 16 \times \frac{1}{8}$  (ii)  $4 \times \frac{1}{2} + 4 \times \frac{1}{4} + 16 \times \frac{1}{8}$

## Exercice 2

Soit  $\Omega = \{1, 2, 3\}$  muni de la probabilité uniforme ( $\mathbb{P}(\{1\}) = \mathbb{P}(\{2\}) = \mathbb{P}(\{3\}) = \frac{1}{3}$ ). On définit une variable aléatoire  $X$  par  $X(1) = 0$ ,  $X(2) = 1$  et  $X(3) = 1$

1.  $X(\Omega) = ?$  (i)  $\{1, 2, 3\}$  (ii)  $\{0, 1\}$
2.  $X^{-1}(0) = ?$  (i)  $\{0\}$  (ii)  $\{1\}$
3.  $\mathbb{P}_X(\{2\}) = ?$  (i)  $0$  (ii)  $\frac{1}{3}$
4.  $\mathbb{P}(X = 1) = ?$  (i)  $\frac{2}{3}$  (ii)  $\frac{1}{3}$

## Exercice 3

Soit une variable aléatoire  $X$  de fonction de répartition  $F_X$  donnée par

$x$	$] - \infty, 0]$	$[0, 2[$	$[2, 3[$	$[3, 5[$	$[5, \infty[$
$F_X(x)$	0	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	1

1.  $X(\Omega) ?$  (i)  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$  (ii)  $\{0, 2, 3, 5\}$
2.  $\mathbb{P}(X \leq 2,5) ?$  (i)  $\frac{3}{5}$  (ii)  $\frac{4}{5}$
3.  $\mathbb{P}(X = 3) ?$  (i)  $\frac{1}{5}$  (ii)  $\frac{4}{5}$
4.  $\mathbb{P}(X \in ]2, 5]) ?$  (i)  $\frac{1}{5}$  (ii)  $\frac{2}{5}$

## Exercice 4

1. Si  $X$  est Bernoulli de paramètre  $p$ ,  $\mathbb{P}(X = 1) ?$  (i)  $p$  (ii)  $1 - p$
2. Si  $X$  est Binomiale de paramètre  $n$  et  $p$ ,  $\mathbb{P}(X = 2) ?$  (i)  $C_n^2 p^2 (1 - p)^{n-2}$  (ii)  $C_2^n p^{n-2} (1 - p)^n$
3. Si  $X$  est Géométrique de paramètre  $p$ ,  $\mathbb{P}(X = 3) ?$  (i)  $p(1 - p)^3$  (ii)  $p(1 - p)^2$
4. Si  $X$  est Poisson de paramètre  $p$ ,  $\mathbb{P}(X = 3) ?$  (i)  $e^{-3} \frac{3^p}{p!}$  (ii)  $e^{-p} \frac{p^3}{2 \times 3}$