

Contrôle continu : Statistiques

Sujet 1

Prénom :

Nom :

Consignes

1. Répondre impérativement sur l'énoncé.
2. Entourer la bonne réponse (toute rature conduit à la note 0 pour la question).
3. Barème : bonne réponse +1 point, pas de réponse +0 point, mauvaise réponse -1 point.

Exercice 1

Soit (X, Y) un couple de variables aléatoires dont la loi jointe est donnée par

| $\mathbb{P}(X = x, Y = y)$ | $y = 1$ | $y = 2$ | $y = 3$ |
|----------------------------|---------|---------|---------|
| $x = 1$ | 0,1 | 0,05 | 0,15 |
| $x = 2$ | 0,15 | 0,2 | 0,1 |
| $x = 3$ | 0,05 | 0,1 | 0,1 |

1. $\mathbb{P}(X = 2)$? (i) 0,35 (ii) 0,45
2. $\mathbb{P}(Y \leq 2)$? (i) 0,35 (ii) 0,65
3. $\mathbb{P}(X \in \{1, 2\}, Y \in \{1, 3\})$? (i) 0,5 (ii) 0,75
4. $\mathbb{P}(Y = 2 | X = 1)$? (i) $\frac{1}{6}$ (ii) 0,05

Exercice 2

1. la dérivée de $F(x) = \ln(2x - 1)$ est ? (i) $F'(x) = \frac{1}{2(2x - 1)}$ (ii) $F'(x) = \frac{2}{2x - 1}$
2. une primitive de $f(x) = 2 \exp(3x + 4)$ est ? (i) $F(x) = \frac{2}{3} \exp(3x + 4)$ (ii) $F(x) = \frac{2}{3} \exp\left(\frac{3}{2}x^2 + 4\right)$
3. une primitive de $f(x) = \frac{1}{x^2}$ est ? (i) $F(x) = -x^{-1}$ (ii) $F(x) = \frac{1}{3x^3}$

Exercice 3

Soit X une variable aléatoire absolument continue de fonction de répartition F_X et de densité f_X . F_X est donnée par

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ x & \text{si } x \in \left[0, \frac{1}{2}\right[\\ \sqrt{\frac{x}{2}} & \text{si } x \in \left[\frac{1}{2}, 2\right[\\ 1 & \text{si } x \leq 2 \end{cases}$$

1. $\mathbb{P}\left(X \in \left[\frac{1}{4}, 2\right]\right)$? (i) $\frac{3}{4}$ (ii) $\frac{1}{4}$
2. $f_X\left(\frac{1}{4}\right)$? (i) $\frac{1}{4}$ (ii) 1
3. $\mathbb{P}(X \geq 1)$? (i) $1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$ (ii) $\sqrt{\frac{1}{2}}$